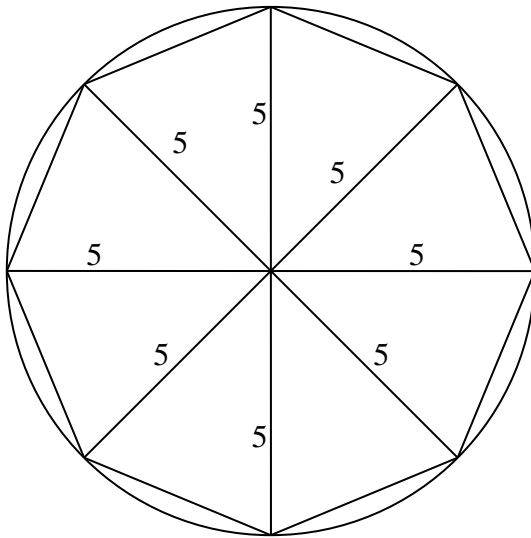




Uitwerkingen extra opgaven hoofdstuk 8 Goniometrische functies

1.



De regelmatige 8-hoek bestaat uit 8 gelijkbenige driehoeken met een tophoek van 45 graden. Voor het oppervlak van één zo'n driehoek geldt volgens de formule uit vraagstuk 4a:

$$\text{Opp } \triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin \angle A = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot \sin 45^\circ = 8,838834762$$

De cirkel is verdeeld in 8 cirkelsectoren met elk een oppervlak van: $\frac{\pi}{2\pi} \pi r^2 = \frac{25}{8} \pi = 9,817477044$

Het gedeelte, dat binnen de cirkel, maar buiten de 8-hoek ligt, heeft dus een oppervlak van $8 \cdot (9,817477044 - 8,838834762) = 7,829138256$.

2.

x (in rad)	x in graden
$\frac{1}{4} \pi$	45
$\frac{3}{4} \pi$	135
$\frac{7}{6} \pi$	210
$\frac{2}{3} \pi$	120
$\frac{7}{12} \pi$	105
$\frac{3}{2} \pi$	270
$\frac{13}{4} \pi$	405



3.

Hoek in graden	Hoek in radialen	Hoek in graden	Hoek in radialen
53	0,9250	61,3065	1,07
45	0,7854	159,2823	2,78
143	2,4958	135	$\frac{3}{4}\pi$
60	1,0472	300	$\frac{5}{3}\pi$
270	4,7123	28,6479	0,5

4. De cirkel van het reuzenrad heeft een omtrek $2\pi r = 20\pi$ meter. Er zijn 21 gondels, dus 20 gondelafstanden. De boogafstand tussen elke twee gondels is dus $\frac{20\pi}{20} = \pi \approx 3,14$ meter.

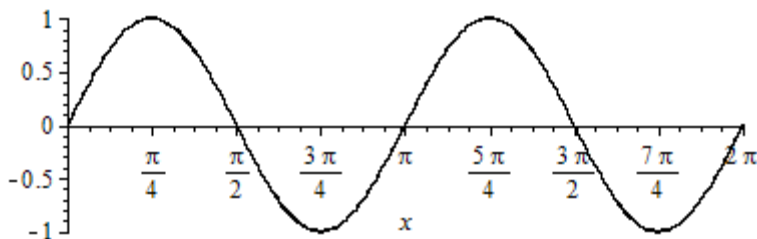
5. Voor het oppervlak van de hele cirkel geldt: $O = \pi r^2 = 25\pi$. Bij de hele cirkel hoort een middelpuntshoek 2π radialen. Een cirkelsector met een middelpuntshoek $30^\circ = \frac{1}{6}\pi$ radialen heeft dus een oppervlak: $O = \frac{\frac{1}{6}\pi}{2\pi} \cdot 25\pi = \frac{25}{12}\pi$.

6.

x (in rad)	$\cos x$	$\sin x$	$\tan x$
$\frac{1}{6}\pi$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$
$-\frac{2}{3}\pi$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$
$-\frac{5}{6}\pi$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$
$\frac{7}{4}\pi$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	-1
$\frac{1}{2}\pi$	0	1	bestaat niet
$\frac{3}{2}\pi$	0	-1	bestaat niet
2π	1	0	0

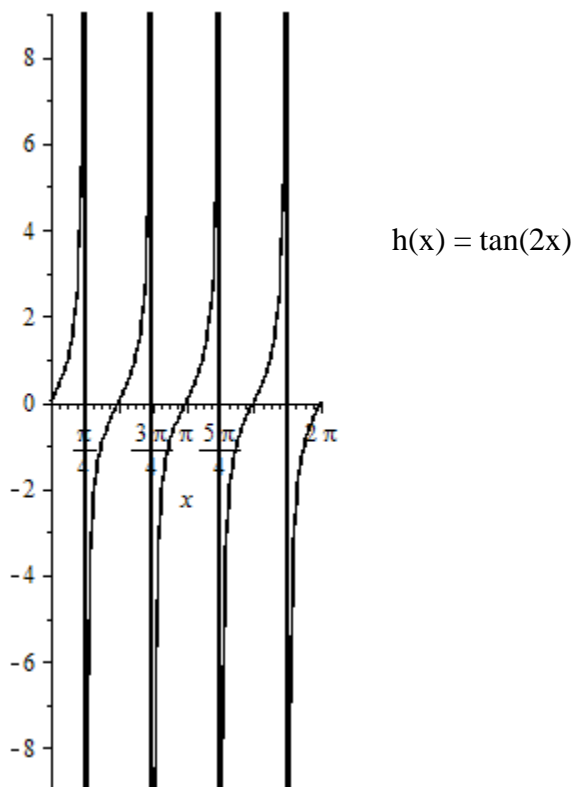
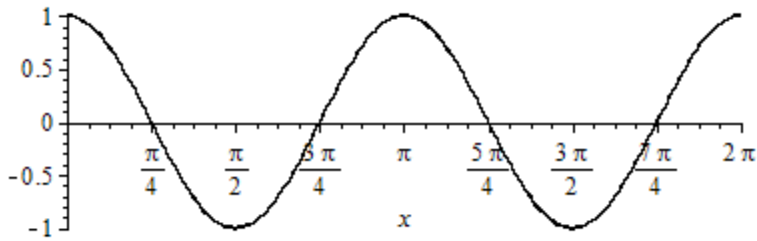
7.

$$f(x) = \sin(2x)$$





$$g(x) = \cos(2x)$$



$$h(x) = \tan(2x)$$

9.

a. $\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{5}{6}\pi \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2}\sqrt{3} \Rightarrow \tan x = -\frac{1}{3}\sqrt{3}$

b. $\sin x = -0,7 \Rightarrow x = 5,507787811 \Rightarrow \cos x = -0,7141428432 \Rightarrow \tan x = 0,9801960580$

c. $\cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{2}{3}\pi \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2}\sqrt{3} \Rightarrow \tan x = -\sqrt{3}$

d. $\tan x = -0,7 \Rightarrow x = 5,672459344 \Rightarrow \sin x = -0,5734623434 \Rightarrow \cos x = 0,8192319212$



10.

a. $\sin(2x) = \frac{1}{2} = \sin\left(\frac{1}{6}\pi\right) \Rightarrow 2x = \frac{1}{6}\pi + k \cdot 2\pi$ of $2x = \pi - \frac{1}{6}\pi + k \cdot 2\pi$

Dus: $x = \frac{1}{12}\pi + k \cdot \pi$ of $x = \frac{5}{12}\pi + k \cdot \pi$

b. $\cos\left(x - \frac{1}{4}\pi\right) = \frac{1}{2}\sqrt{2} \Rightarrow \cos\left(x - \frac{1}{4}\pi\right) = \cos\left(\frac{1}{4}\pi\right) \Rightarrow x - \frac{1}{4}\pi = \pm\frac{1}{4}\pi + k \cdot 2\pi$

Dus: $x = \frac{1}{4}\pi + \frac{1}{4}\pi + k \cdot 2\pi = \frac{1}{2}\pi + k \cdot 2\pi$ of $x = \frac{1}{4}\pi - \frac{1}{4}\pi + k \cdot 2\pi = k \cdot 2\pi$

c. $\tan\left(\frac{1}{3}\pi + 2x\right) = 1 \Rightarrow \tan\left(\frac{1}{3}\pi + 2x\right) = \tan\left(\frac{1}{4}\pi\right) \Rightarrow \frac{1}{3}\pi + 2x = \frac{1}{4}\pi + k \cdot \pi$

Dus: $2x = \frac{1}{4}\pi - \frac{1}{3}\pi + k \cdot \pi = -\frac{1}{12}\pi + k \cdot \pi$ of $x = -\frac{1}{24}\pi + k \cdot \frac{1}{2}\pi$

d. $\cos(3x) = \sin(2x) \Rightarrow \cos(3x) = \cos\left(\frac{1}{2}\pi - 2x\right) \Rightarrow 3x = \pm\left(\frac{1}{2}\pi - 2x\right) + k \cdot 2\pi$

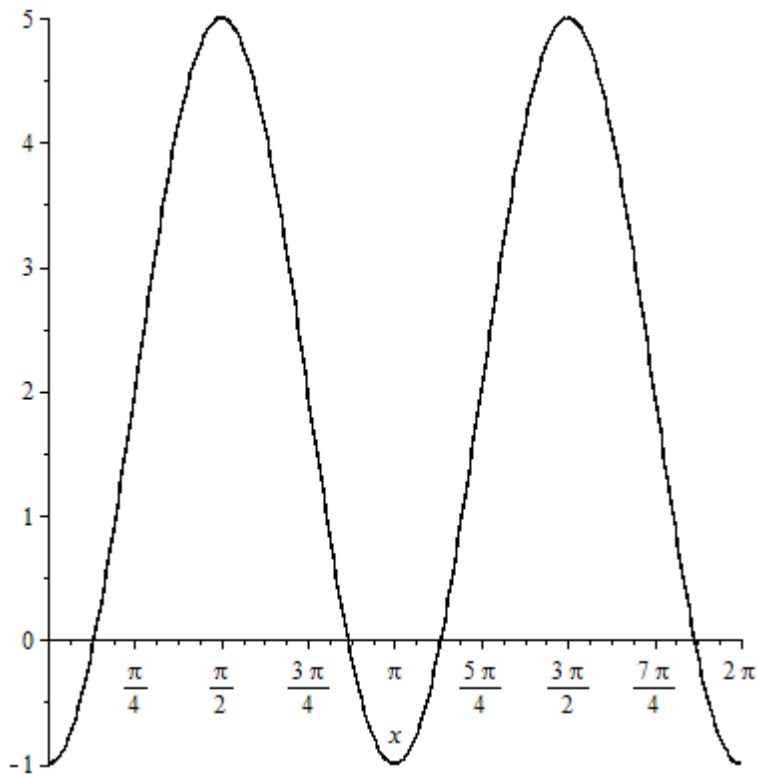
Dus: $3x = \left(\frac{1}{2}\pi - 2x\right) + k \cdot 2\pi \Rightarrow 5x = \frac{1}{2}\pi + k \cdot 2\pi \Rightarrow x = \frac{1}{10}\pi + k \cdot \frac{2}{5}\pi$

Of $3x = -\left(\frac{1}{2}\pi - 2x\right) + k \cdot 2\pi \Rightarrow x = -\frac{1}{2}\pi + k \cdot 2\pi$

11.

a. $y = f(x) = 2 + 3\sin\left(2x - \frac{1}{2}\pi\right)$

Amplitude: 3, evenwichtslijn: $y = 2$; Periode: π ; beginpunt: $(0, -1)$

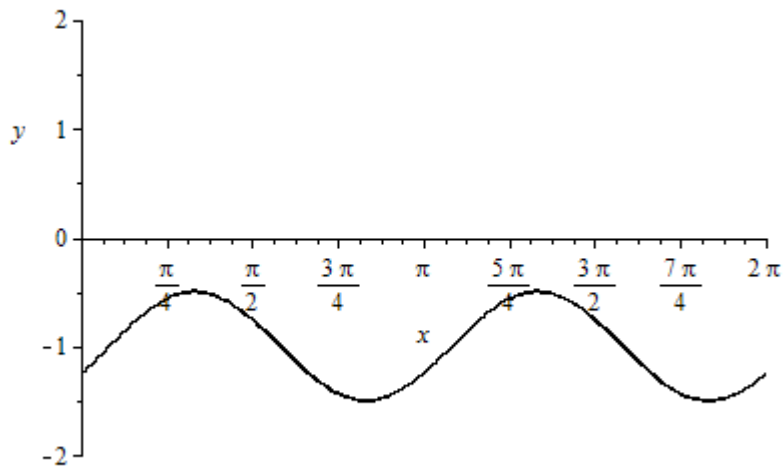




Toegepaste Wiskunde inleiding – 6^e druk

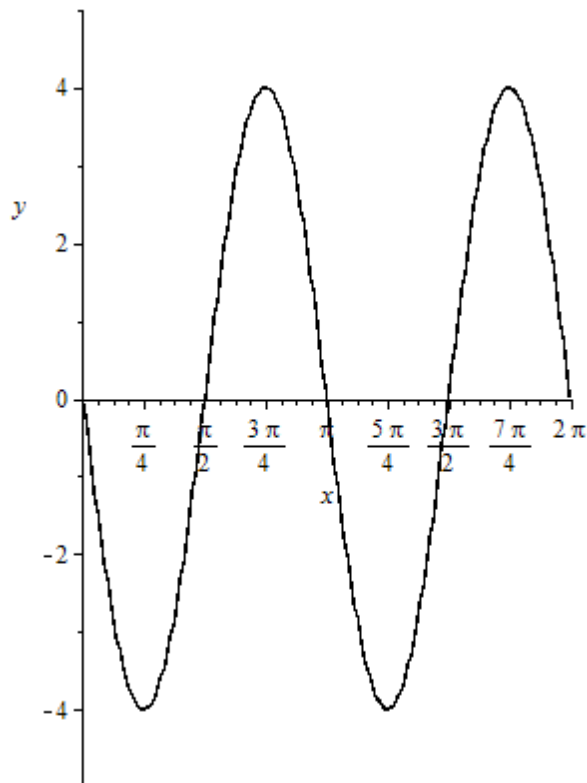
b. $y = f(x) = -1 + \frac{1}{2} \cos(2(x - \frac{1}{3}\pi))$

Amplitude: $\frac{1}{2}$, evenwichtslijn: $y = -1$; Periode: π ; beginpunt: $(0, -1\frac{1}{4})$



c. $y = f(x) = 4 \cos(2(x + \frac{1}{4}\pi))$

Amplitude: 4, evenwichtslijn: $y = 0$; Periode: π ; beginpunt: $(0,0)$





d. $y = f(x) = 4 \sin(8x)$

Amplitude: 4, evenwichtslijn: $y = 0$; Periode: $\frac{1}{4}\pi$; beginpunt: (0,0)

