drs. J.H. Blankespoor
drs. C. de Joode
ir. A. Sluijter

Toegepaste Wiskunde voor het hoger beroepsonderwijs

Deel 1

Vijfde, herziene druk

Uitwerking herhalingsopgaven hoofdstuk 2

Uitwerking herhalingsopgaven hoofdstuk 2, paragraaf 2.10

1) $f(0)=\dfrac{1}{2\cdot 0+1}=1$, $f(-1)=\dfrac{1}{2\cdot(-1)+1}=-1$, $f(t)=\dfrac{1}{2t+1}$, $f(2a)=\dfrac{1}{2\cdot 2a+1}=\dfrac{1}{4a+1}$,
$f(a+1)=\dfrac{1}{2(a+1)+1}=\dfrac{1}{2a+3}$

2a) $f(g(h(x)))=\sqrt{2^{2x+1}}$

2b) $f(g(h(x)))=\left(\log\left(2\sqrt{x}\right)\right)^2+1$

3a) $f(x)=x^2+2x-3=(x+1)^2-4=(x+3)(x-1)$;dalparabool, symmetrieas: $x=-1$,
top (-1,-4), snijpunten met *x*-as: $x=-3$en $x=1$

3b) $f(x)=x^2-2x+1=(x-1)^2$;dalparabool, symmetrieas: $x=1$, top (1,0), snijpunt met *x*-as:
$x=-1$

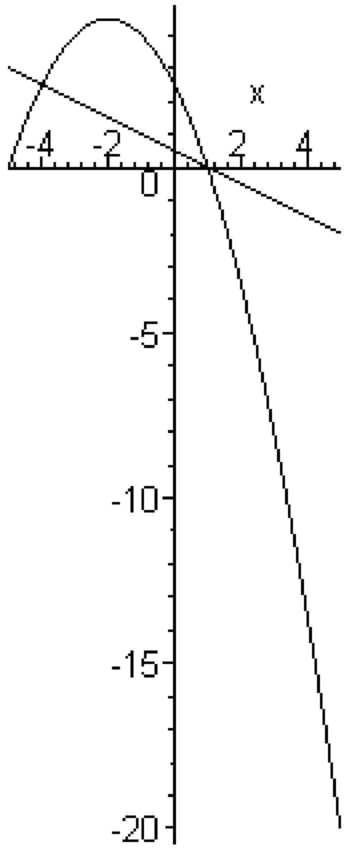
3c) $f(x)=x^2+3x+5=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}+5=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{11}{4}$; dalparabool, symmetrieas: $x=-\frac{3}{2}$, top
$\left(-\frac{3}{2},\frac{11}{4}\right)$, snijpunt(en) met *x*-as: geen

4) $y=f(x)=-\frac{1}{2}x^2-2x+\frac{5}{2}$

$$=-\tfrac{1}{2}\left(x^2+4x\right)+\tfrac{5}{2}$$
$$=-\tfrac{1}{2}\left((x+2)^2-4\right)+\tfrac{5}{2}$$
$$=-\tfrac{1}{2}(x+2)^2+2+\tfrac{5}{2}$$
$$=-\tfrac{1}{2}(x+2)^2+\tfrac{9}{2}$$

Ook:
$y=f(x)=-\frac{1}{2}x^2-2x+\frac{5}{2}=-\frac{1}{2}\left(x^2+4x-5\right)=-\frac{1}{2}($
; de grafiek van $y=f(x)$ is dus dalparabool met symmetrieas $x=-2$, top $\left(-2,\frac{9}{2}\right)$ en snijpunten met *x*-as: $x=-5$ en $x=1$

$y=g(x)=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}(x-1)$; de grafiek is een rechte lijn met richtingscoëfficiënt $-\frac{1}{2}$ en snijpunt met *x*-as: $x=1$.



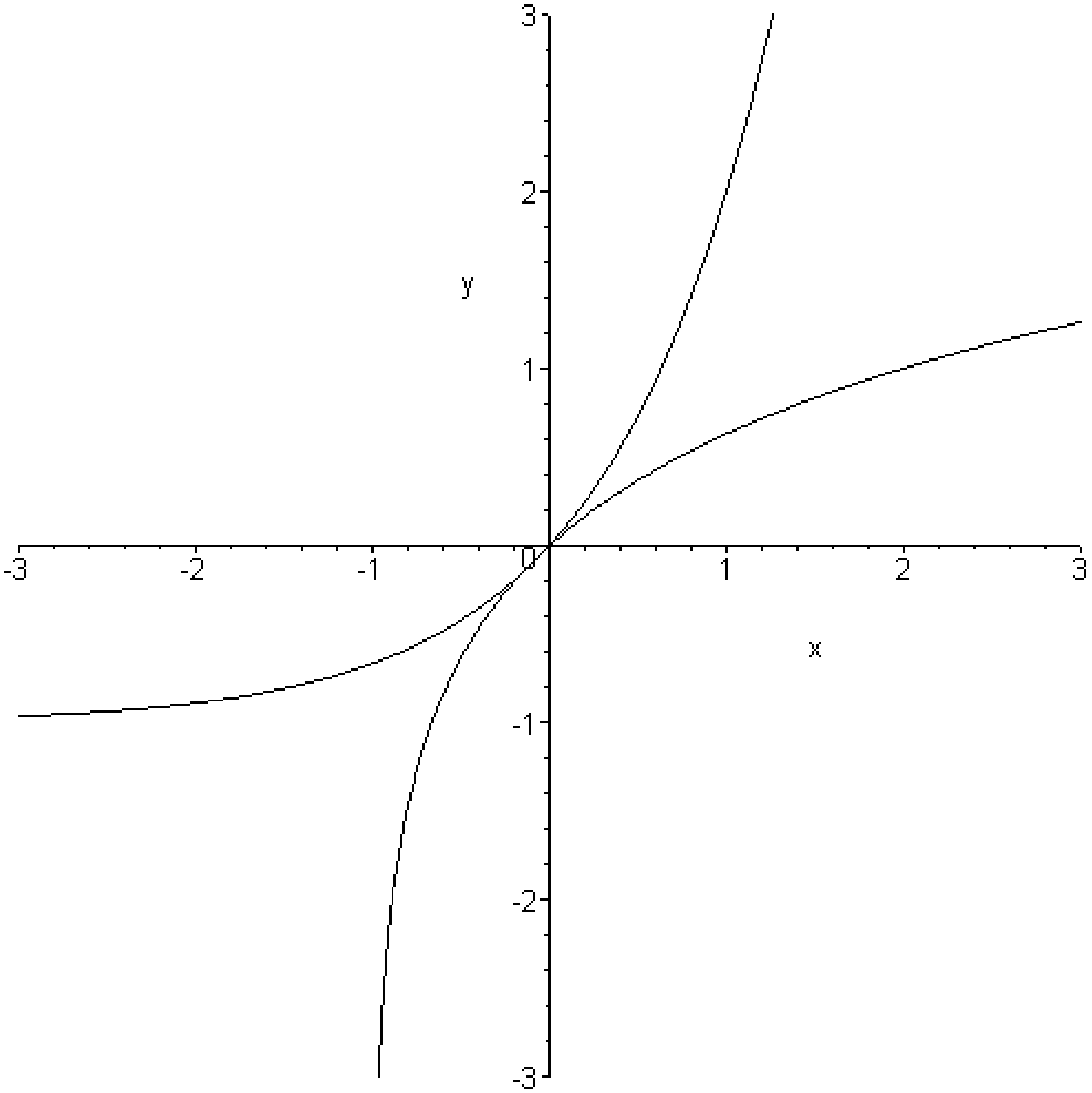
De snijpunten van beide grafieken vinden we als volgt:

$y=f(x)=-\frac{1}{2}x^2-2x+\frac{5}{2}=g(x)=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}\Rightarrow-\frac{1}{2}$

$x^2+3x-4=0\Rightarrow(x+4)(x-1)=0\Rightarrow x=-4\vee x=1$

De snijpunten zijn dus de punten $\left(-4,\frac{5}{2}\right)$ en $(1,0)$

5) Stel $y = 3^x - 1 \Rightarrow 3^x = y + 1 \Rightarrow x = {}^3\log(y+1)$. Verwissel nu de *x* en *y*. De inverse functie van $y = f(x) = 3^x - 1$ is dus $y = {}^3\log(x+1)$.



Opmerking: De beide grafieken lijken elkaar te raken (voor $x = 0$). Uit nauwkeurig onderzoek zal blijken dat ze elkaar twee maal snijden (voor $x = 0$ en voor $x = -0{,}1739824\ldots$). Met een programma als Maple kan dit onderzocht worden.

6) $y = f(u) = \left|u^2 - 2u - 8\right|$

$$= \left|(u-4)(u+2)\right|$$

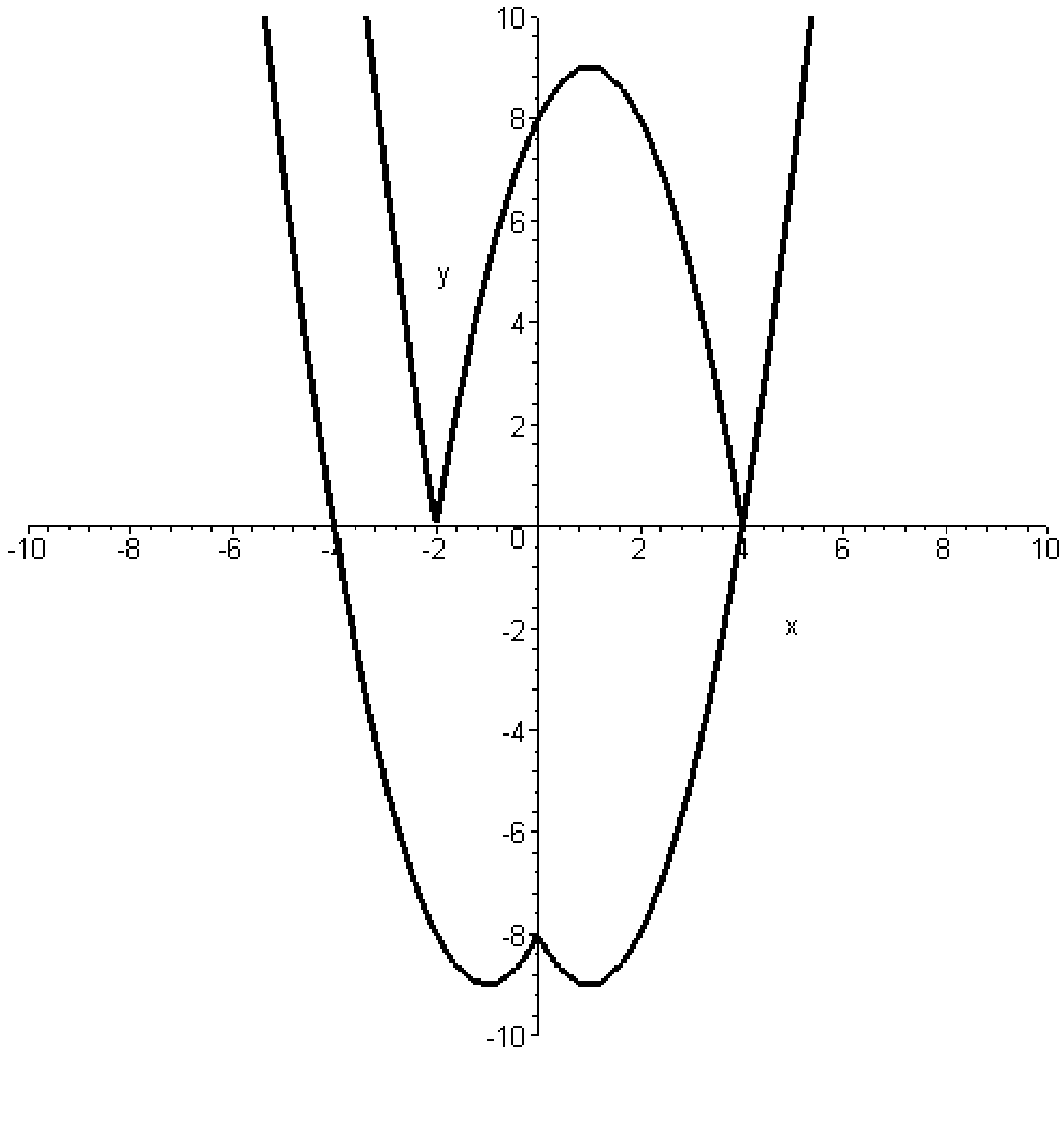
$$= \begin{cases} (u-4)(u+2) \text{ als } u \le -2 \text{ of } u \ge 4 \\ -(u-4)(u+2) \text{ als } -2 < u < 4 \end{cases}$$

en $y = g(u) = u^2 - |2u| - 8$

$$= \begin{cases} u^2 - 2u - 8 \text{ als } u \geq 0 \\ u^2 + 2u - 8 \text{ als } u < 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} (u-4)(u+2) \text{ als } u \geq 0 \\ (u+4)(u-2) \text{ als } u < 0 \end{cases}$$

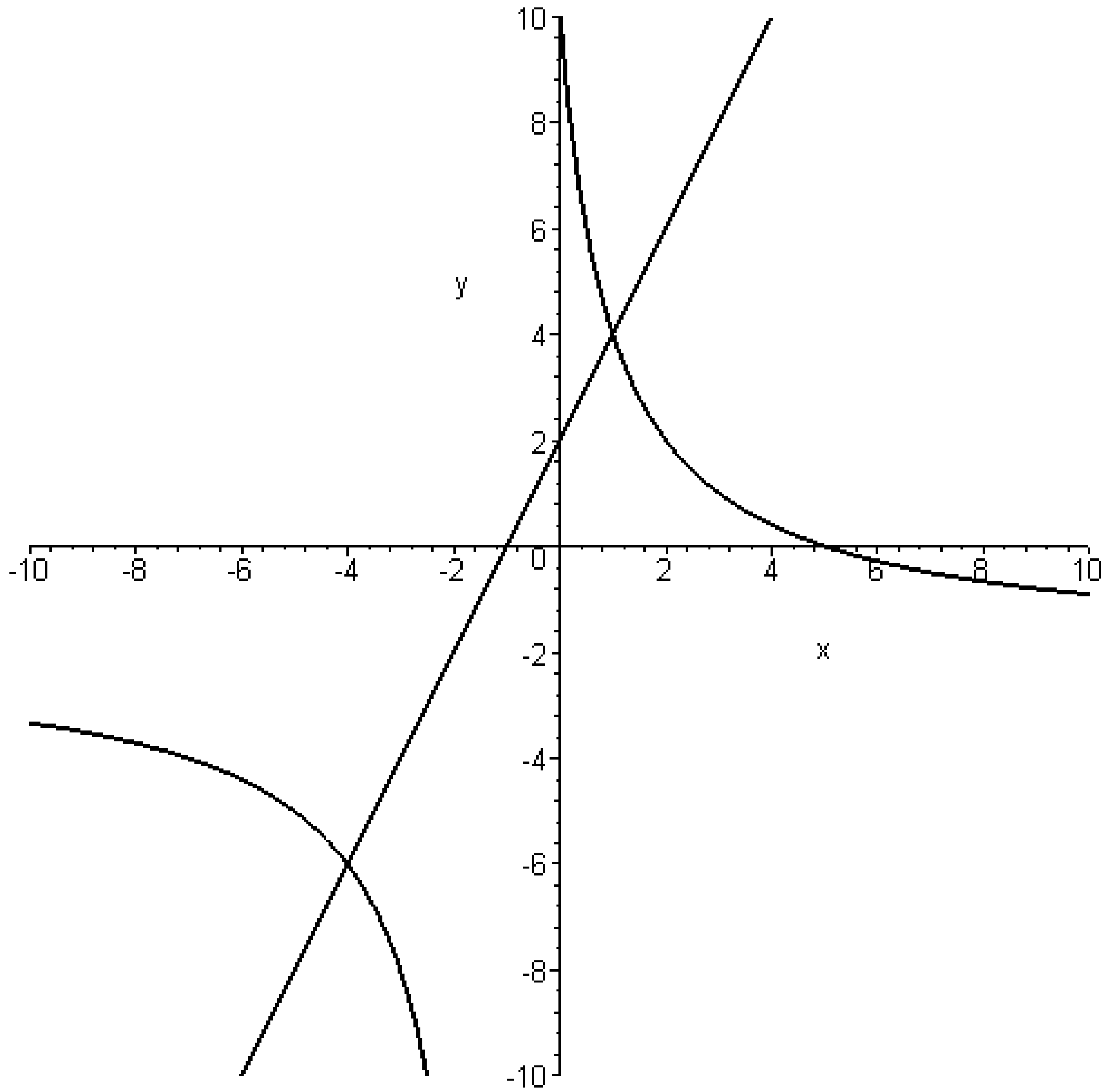
De grafieken van $y = f(u)$ en $y = g(u)$ (delen van parabolen) vallen dus samen voor $u \geq 4$



7) De grafiek van $y = f(x) = \dfrac{-2x+10}{x+1}$ is een (orthogonale) hyperbool met horizontale asymptoot $y=-2$ en verticale asymptoot $x=-1$. De grafiek van $y = g(x) = 2x+2$ is een rechte lijn met richtingscoëfficiënt 2 en snijpunt met de x-as bij $x=-1$.
Bepaling van de snijpunten:

$$f(x) = g(x) \Rightarrow \frac{-2x+10}{x+1} = 2x+2$$
$$\Rightarrow -2x+10 = (x+1)(2x+2)$$
$$\Rightarrow -2x+10 = 2x^2+2x+2x+2$$
$$\Rightarrow 2x^2+6x-8=0$$
$$\Rightarrow x^2+3x-4=0$$
$$\Rightarrow (x+4)(x-1)=0$$
$$\Rightarrow x=-4 \vee x=1$$

De snijpunten zijn: (-4,-6) en (1,4).



8) P.M.

9) $y = f(x) = \frac{3x-2}{2x-1}$

a) 3 omhoog: $y_1 = f_1(x) = \frac{3x-2}{2x-1} + 3$

b) 2 naar rechts: $y_2 = f_2(x) = \frac{3(x-2)-2}{2(x-2)-1} + 3 = \frac{3x-8}{2x-5} + 3 = \frac{3x-8+3(2x-5)}{2x-5} = \frac{9x-22}{2x-5}$

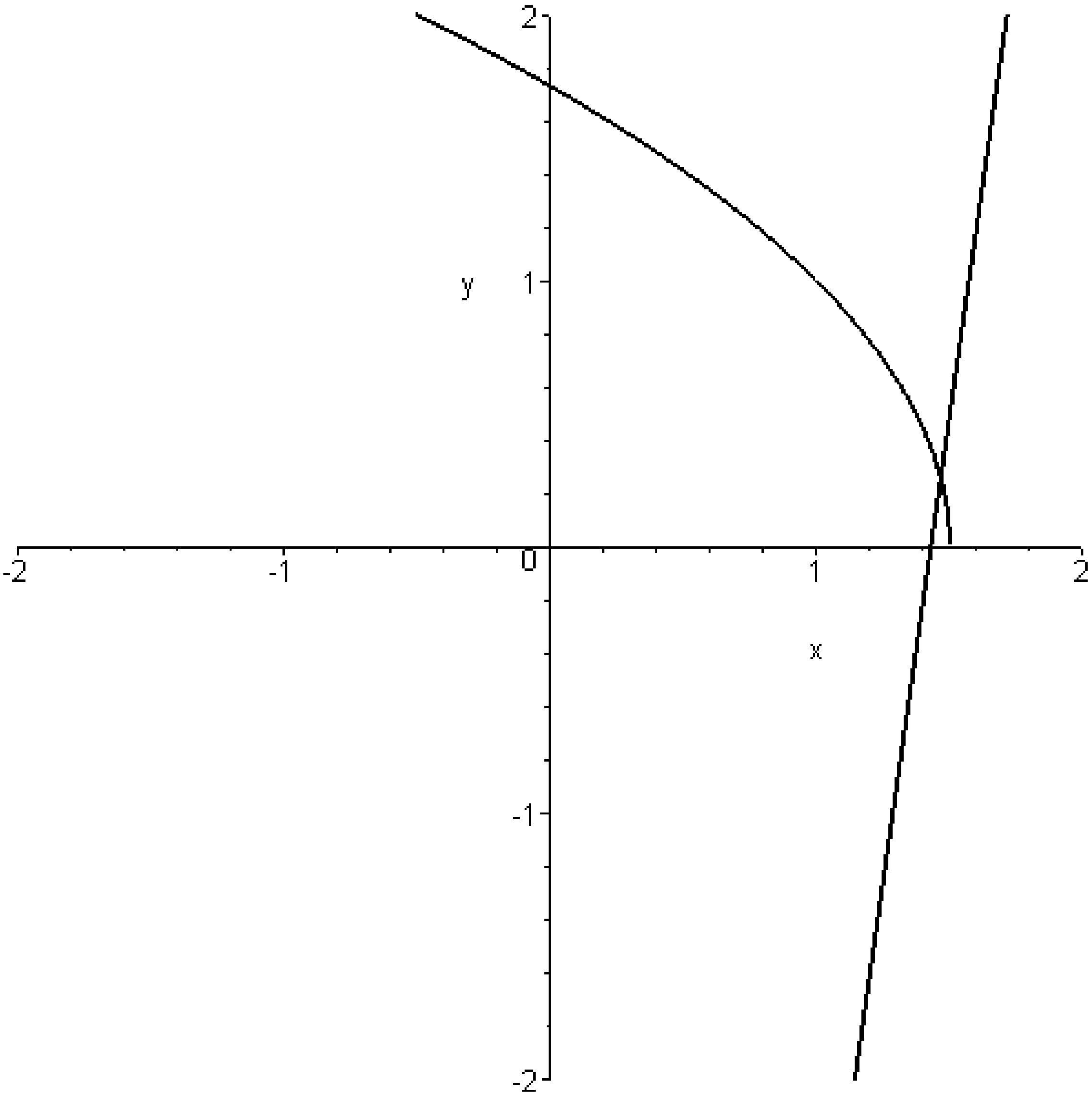
10)

```
> f:=x->7*x-10;
```

$$f := x \rightarrow 7\,x - 10$$

```
> g:=x->sqrt(3-2*x);
```

$$g := x \rightarrow \sqrt{3 - 2\,x}$$




```
> plot({f(x),g(x)},x=-2..2,y=-2..2,color=black,thickness=2);
```

```
> solve(f(x)<g(x),x);
```

$$\mathrm{RealRange}\left(-\infty, \mathrm{Open}\left(\frac{69}{49}+\frac{2\sqrt{2}}{49}\right)\right)$$

```
> solve(f(x)=g(x),x);
```

$$\frac{69}{49}+\frac{2\sqrt{2}}{49}$$

```
> evalf(%);
```

$$1.465886268$$

```
>
```

11a) $y=\frac{1}{x} \Rightarrow \log y=\log\left(\frac{1}{x}\right)=-\log x \Rightarrow Y=-X$ (rechte lijn door oorsprong, richtingscoëfficiënt -1)

11b) $y=\sqrt{x} \Rightarrow \log y=\log\left(\sqrt{x}\right)=\log\left(x^{\frac{1}{2}}\right)=-\frac{1}{2}\log x \Rightarrow Y=-\frac{1}{2}X$ (rechte lijn door oorsprong, richtingscoëfficiënt $-\frac{1}{2}$)

11c) $y=\frac{1}{x} \Rightarrow \log y=\log\left(\frac{1}{x^2}\right)=-\log\left(x^2\right)=-2\log x \Rightarrow Y=-2X$ (rechte lijn door oorsprong, richtingscoëfficiënt -2)